Hydraulique des terrains

Séance 6 : Calcul des pertes de charges

Guilhem MOLLON

GEO3 2012-2013

Plan de la séance

A. Régime laminaire

1. Profil de vitesse
2. Calcul de débit
3. Pertes de charge

B. Régime turbulent

1. Profil de vitesse
2. Notion de rugosité
3. Pertes de charge
4. Diagramme de Moody

C. Pertes de charge singulières

Séance 6

A. Régime laminaire

A. Régime laminaire

On a montré que le **régime d'écoulement** d'un fluide réel dépend du **nombre de Reynolds**, qui dépend entre autres de la **viscosité** :

- Pour un Reynolds inférieur à 2000, l'écoulement est laminaire
- Pour un Reynolds supérieur à 4000, l'écoulement est turbulent
- Entre les deux, l'écoulement est en régime incertain, ou transitoire.

Un fluide ne **dissipe pas l'énergie** (ne perd pas de pression) **de la même façon** et en même quantité selon son régime d'écoulement.

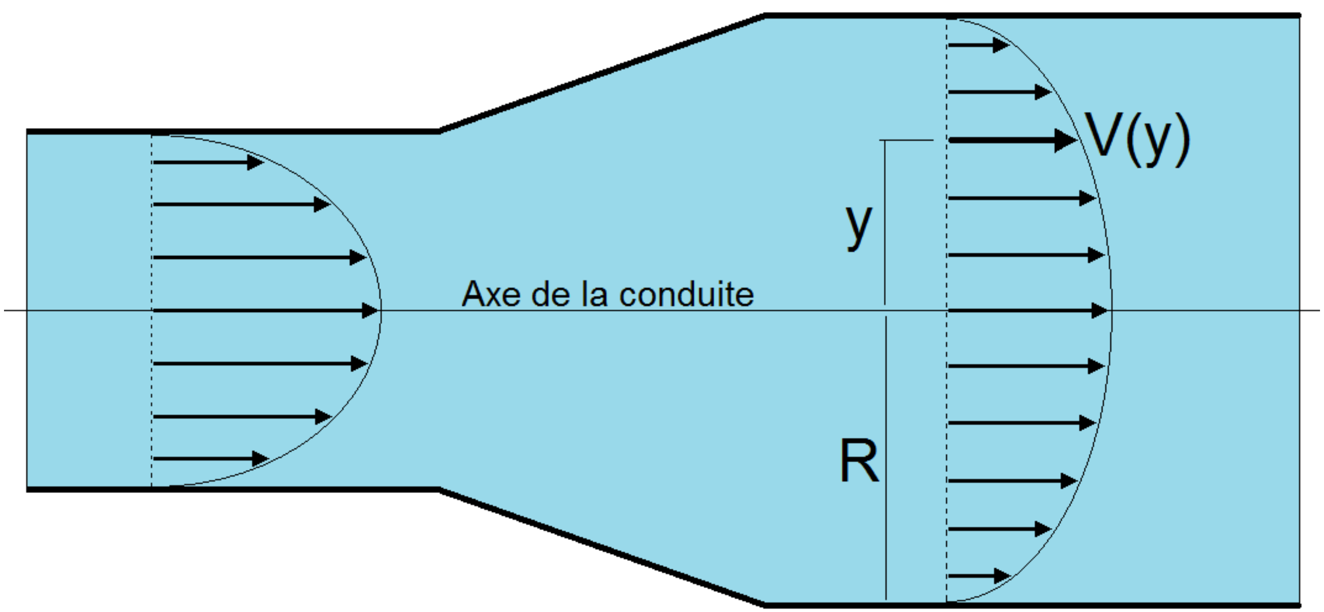
Par ailleurs, on va voir que le calcul du débit dépend lui-aussi des pertes de charge.

A. Régime laminaire

En **régime laminaire**, les lignes de courant restent parallèles, et les « filets fluides » glissent progressivement les uns sur les autres sans se croiser.

On en déduit que **le profil de vitesse n'est pas uniforme** (sinon les filets fluides n'auraient pas besoin de glisser).

On peut montrer que **le profil de vitesse en écoulement laminaire est parabolique** : il est nul sur les parois et maximal au centre de la conduite.



A. Régime laminaire

Pour une **conduite cylindrique**, le profil de vitesse suit la **loi parabolique** suivante :

$$V(y) = \frac{1}{4\mu} \cdot \frac{\Delta p^*}{L} (R^2 - y^2)$$

Dans cette expression, on a les termes suivants :

- y est la **distance radiale** du point considéré à l'axe de la conduite
- R est le **rayon** de la conduite
- Δp^* est la **perte de charge** (exprimée en pression) sur une longueur L donnée
- μ est la **viscosité** du fluide

On a bien $V(R) = 0$, donc la vitesse du fluide est nulle au contact de la paroi. C'est à cause de cette « **adhérence** » que le fluide développe un profil parabolique, par frottement d'une ligne de courant à l'autre.

A. Régime laminaire

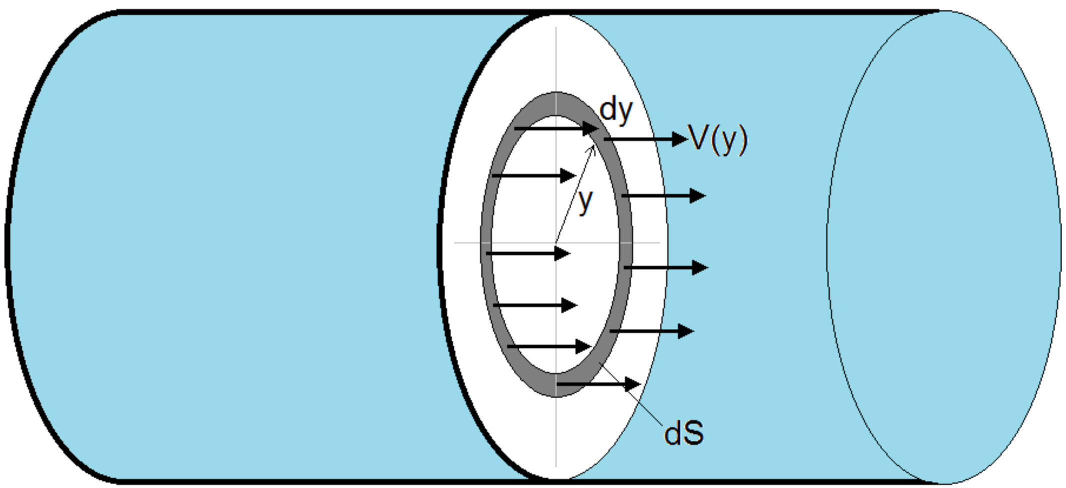
Imaginons une **conduite cylindrique**, dont le profil de vitesse a été donné précédemment.

On considère une couronne élémentaire de rayon moyen y et de largeur dy. Sur cette couronne la **vitesse est uniforme** et vaut :

$$V(y) = \frac{1}{4\mu} \cdot \frac{\Delta p^*}{L} (R^2 - y^2)$$

On en déduit que le **débit élémentaire** qui traverse cette couronne vaut :

$$dQ = V(y)dS = V(y) \cdot 2\pi y \cdot dy$$



A. Régime laminaire

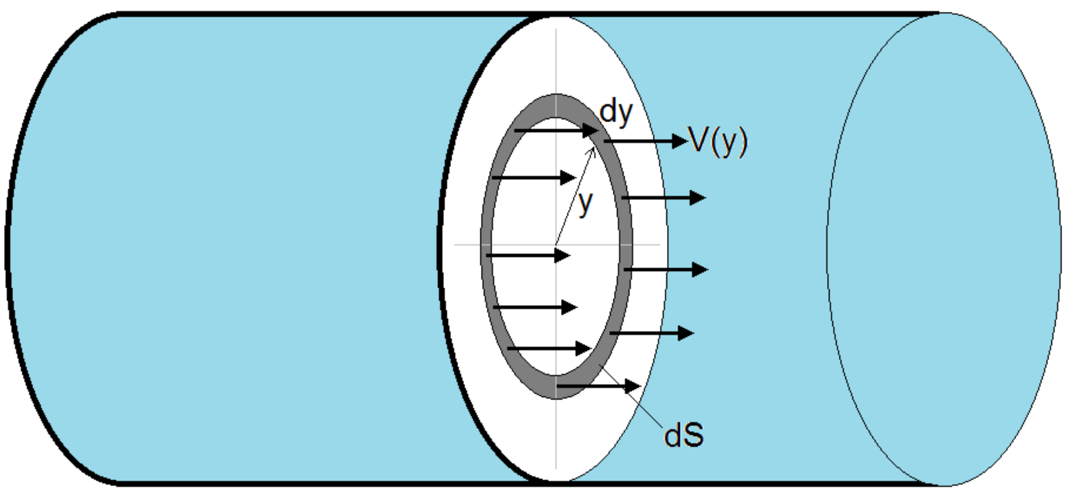
En intégrant cette expression sur tout le rayon de la conduite, on en déduit le débit total :

$$Q = \int_{y=0}^{R} dQ = \int_{y=0}^{R} \frac{1}{4\mu} \cdot \frac{\Delta p^*}{L} (R^2 - y^2) \cdot 2\pi y \cdot dy$$

Tout calcul fait, le **débit total** vaut :

$$Q = \frac{\pi D^4}{128\mu} \cdot \frac{\Delta p^*}{L}$$

On observe en particulier que le débit est intimement lié à la perte de charge $\dfrac{\Delta p^*}{L}$.



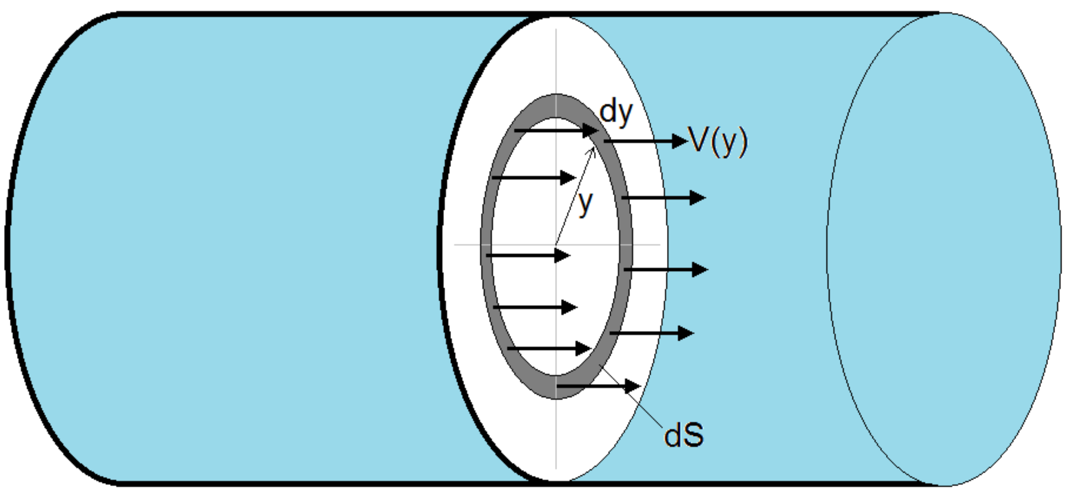
A. Régime laminaire

A partir du débit et de la section, on a directement accès à la **vitesse moyenne** (aussi appelée **vitesse débitante**), car :

$$V_{moy} = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi R^2}$$

On en déduit :

$$V_{moy} = \frac{R^2}{8\mu} \cdot \frac{\Delta p^*}{L}$$



A. Régime laminaire

On a vu que le débit et la vitesse moyenne d'un écoulement laminaire sont fonction de la **viscosité** du fluide, du **rayon** de la conduite, et d'un terme de pertes de charge noté :

$$\frac{\Delta p^*}{L}$$

Ce terme est une perte de charge linéaire exprimée en unité de pression par unité de longueur, c'est-à-dire qu'il correspond à une chute de pression de Δp^* mesurée entre deux points d'une conduite séparés par une distance L, toutes choses étant égales par ailleurs (section, altitude, etc.).

De manière plus rigoureuse, sur une **conduite de section et d'altitude variable**, ce terme apparaît dans la **formule de Bernoulli modifiée en cas de fluide réel**, et exprimée en pression :

$$p_A + \frac{\rho V_A^2}{2} + \rho g z_A = p_B + \frac{\rho V_B^2}{2} + \rho g z_B + \Delta p^*$$

Les sections A et B étant distantes de L .

A. Régime laminaire

Sur un tronçon de conduite cylindrique de section constante et de longueur L , on peut démontrer que la **perte de charge linéaire** est égale à :

$$\Delta p^{*} = \lambda \cdot \left(\frac{1}{2}\rho V_{moy}^{2}\right)\frac{L}{D}$$

C'est la formule de **Darcy-Weisbach.** On constate que la perte de charge est proportionnelle à l'énergie cinétique $\frac{1}{2}\rho V_{moy}^{2}$ de l'écoulement, proportionnelle à la distance parcourue, et inversement proportionnelle au diamètre de la conduite.

Le terme λ est appelé **coefficient de perte de charge linéaire**. Il est lié au **nombre de Reynolds**, et donc à la **viscosité** du fluide. En écoulement laminaire, il est donné par la formule :

$$\lambda = \frac{64}{R_e}$$

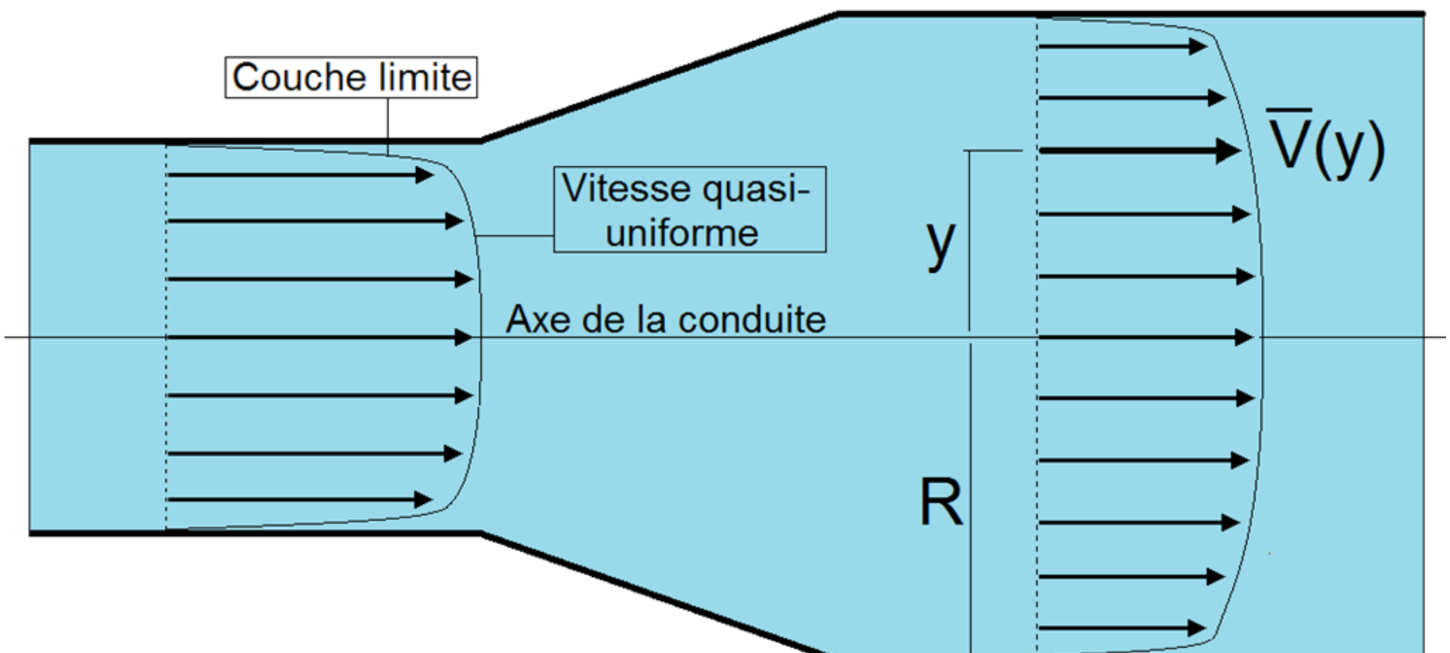
Séance 6

B. Régime turbulent

B. Régime turbulent

Dans un écoulement turbulent, **les vitesses fluctuent en permanence**. Il n'y a donc de régime permanent qu'au sens des **vitesses moyennes**, et non des vitesses instantanées qui sont totalement chaotiques.

Contrairement au régime laminaire, le **profil de vitesse** n'est pas parabolique, mais suit une **loi puissance**. Généralement, on distingue une zone de fort gradient de vitesse au voisinage de la paroi (la **« couche limite »**), et on considère que la **vitesse est quasi-uniforme** sur la partie intérieure à l'écoulement.



B. Régime turbulent

2. Notion de rugosité

A tous les paramètres d'écoulement déjà présentés (section, débit, vitesse, pression, charge, etc.), on en ajoute un nouveau : **la rugosité de paroi**.

La **rugosité absolue** représente l'épaisseur moyenne des aspérités de surface du matériau composant la conduite. On la note ε, et on l'exprime le plus souvent en millimètres.

Pour une conduite d'un diamètre D donné, on appelle **rugosité relative** le rapport ε / D. Pour calculer ce rapport, il faut veiller à exprimer les deux termes dans la même unité.

La rugosité ne joue **aucun rôle dans les pertes de charges en écoulement laminaire, mais est décisive pour une certaine classe d'écoulements turbulents.**

B. Régime turbulent

Généralement la rugosité est prise en compte de manière simplifiée, en considérant une valeur standard correspondant à un matériau et à un état de surface.

Ces valeurs standard sont récapitulées dans des tableaux accessibles aux professionnels, et qui ont l'allure suivante :

MATIERE	ETAT	Rugosité absolue ε (en mm)
Tube étiré (verre, cuivre, laiton)		$< 0{,}001$
Tube industriel en laiton		0,025
Tuyau en acier laminé	Neuf	0,05
	Rouillé	$0{,}15 < \varepsilon < 0{,}25$
	Bitumé	0,015
Tuyau en acier soudé	Neuf	$0{,}03 < \varepsilon < 0{,}1$
	Rouillé	0,4
Tuyau en fonte moulé	Neuf	0,25
	Rouillé	$1 < \varepsilon < 1{,}5$
	Bitumé	0,1
Tuyau en ciment	Brut	$1 < \varepsilon < 3$
	Lissé	$0{,}3 < \varepsilon < 0{,}8$

B. Régime turbulent

En régime turbulent, la perte de charge se calcule également par la loi de **Darcy-Weisbach** :

$$\Delta p^* = \lambda \cdot \left(\frac{1}{2}\rho V_{moy}^2\right)\frac{L}{D}$$

Elle est donc toujours proportionnelle à la distance parcourue. En revanche, l'expression du **coefficient de perte de charge** λ n'est pas la même que pour l'écoulement laminaire.

De nombreuses formules existent, plus ou moins précises selon le domaine d'écoulement (rapide-lent, lisse-rugueux, etc.). Elles sont résumées par la **formule de Colebrook**, qui est raisonnablement exacte sur l'ensemble des écoulements courants (pour des Reynolds allant de 4000 à 10^8) :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot log\left(\frac{\varepsilon}{3.71D} + \frac{2.51}{R_e\sqrt{\lambda}}\right)$$

Il s'agit d'une **formule empirique** (c'est-à-dire calculée par calage sur des résultats expérimentaux).

B. Régime turbulent

La **formule de Colebrook** a l'inconvénient d'être **implicite :**

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot log\left(\frac{\varepsilon}{3.71D} + \frac{2.51}{R_e\sqrt{\lambda}}\right)$$

On constate en effet que le terme $\sqrt{\lambda}$ est présent des deux côtés de l'égalité.

On ne peut donc pas trouver directement le coefficient de pertes de charge, il faut passer par une **résolution itérative** :

- postuler une valeur de λ
- calculer le terme de droite
- en déduire une nouvelle valeur de λ à partir du terme de gauche
- l'intégrer dans le terme de droite, et ainsi de suite.

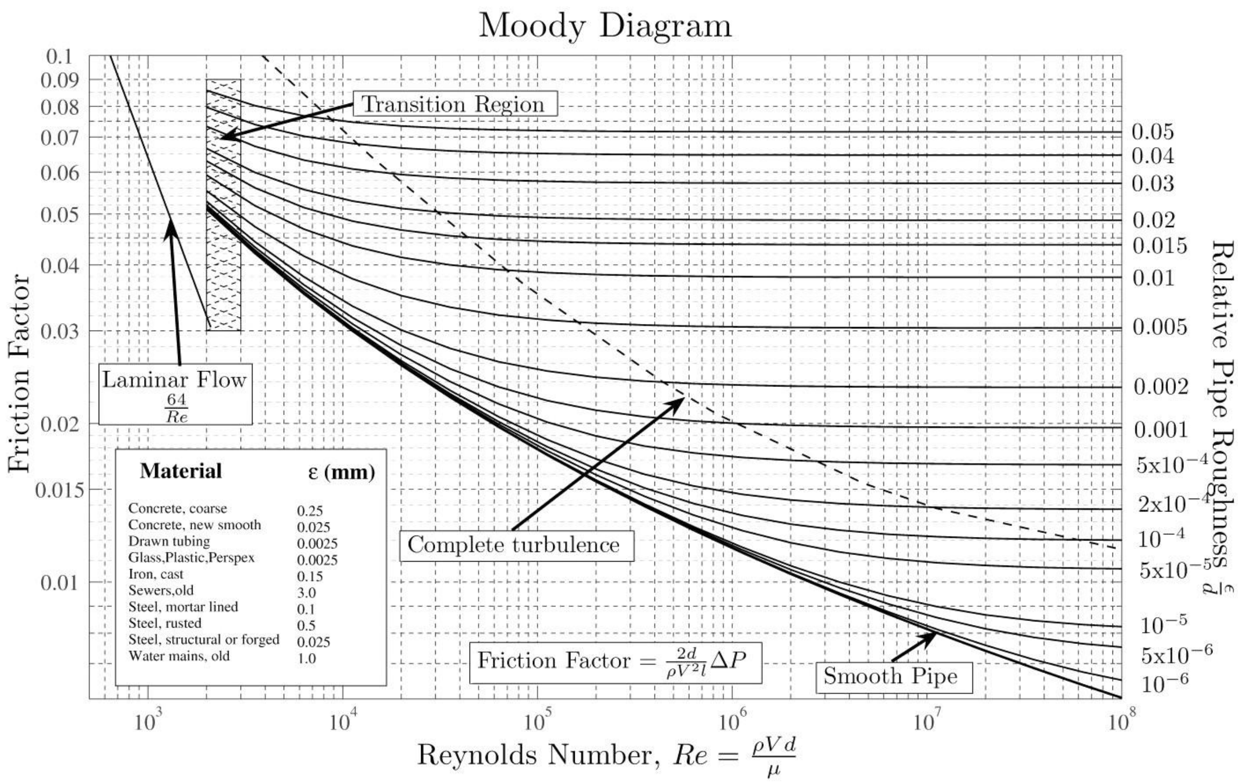
Généralement, on obtient convergence après 3 ou 4 boucles.

B. Régime turbulent

4. Diagramme de Moody

La meilleure alternative à ce calcul itératif est d'utiliser directement le **diagramme de Moody**.

Il s'agit d'un abaque de **calcul direct du coefficient de perte de charge**, à partir du nombre de Reynolds et de la rugosité relative de la paroi interne de la conduite.

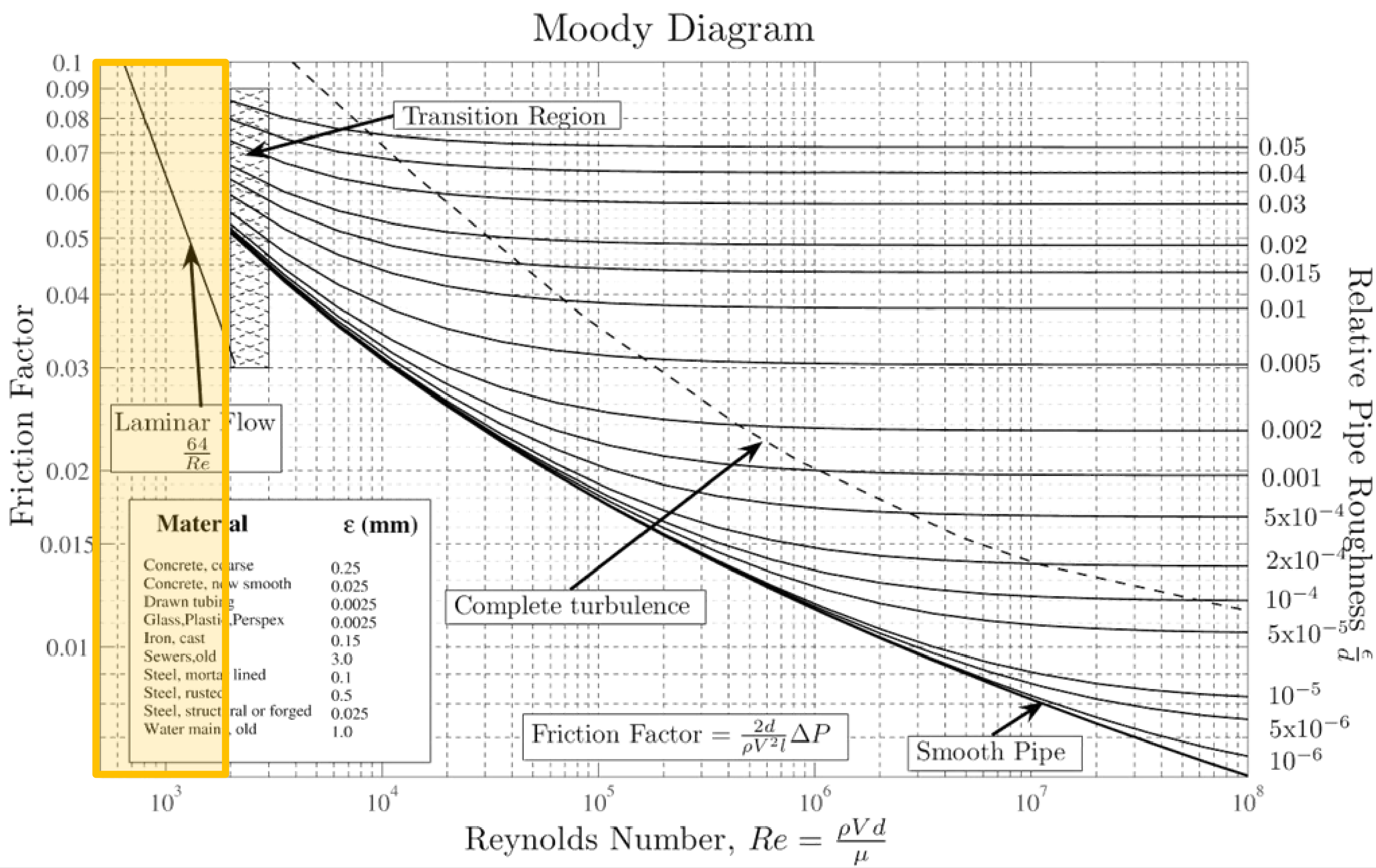


Pour s'en servir, il faut **préalablement** calculer le nombre de Reynolds et la rugosité relative.

Une fois que ces grandeurs sont connues, on peut **lire directement le coefficient de perte de charge** sur le graphique

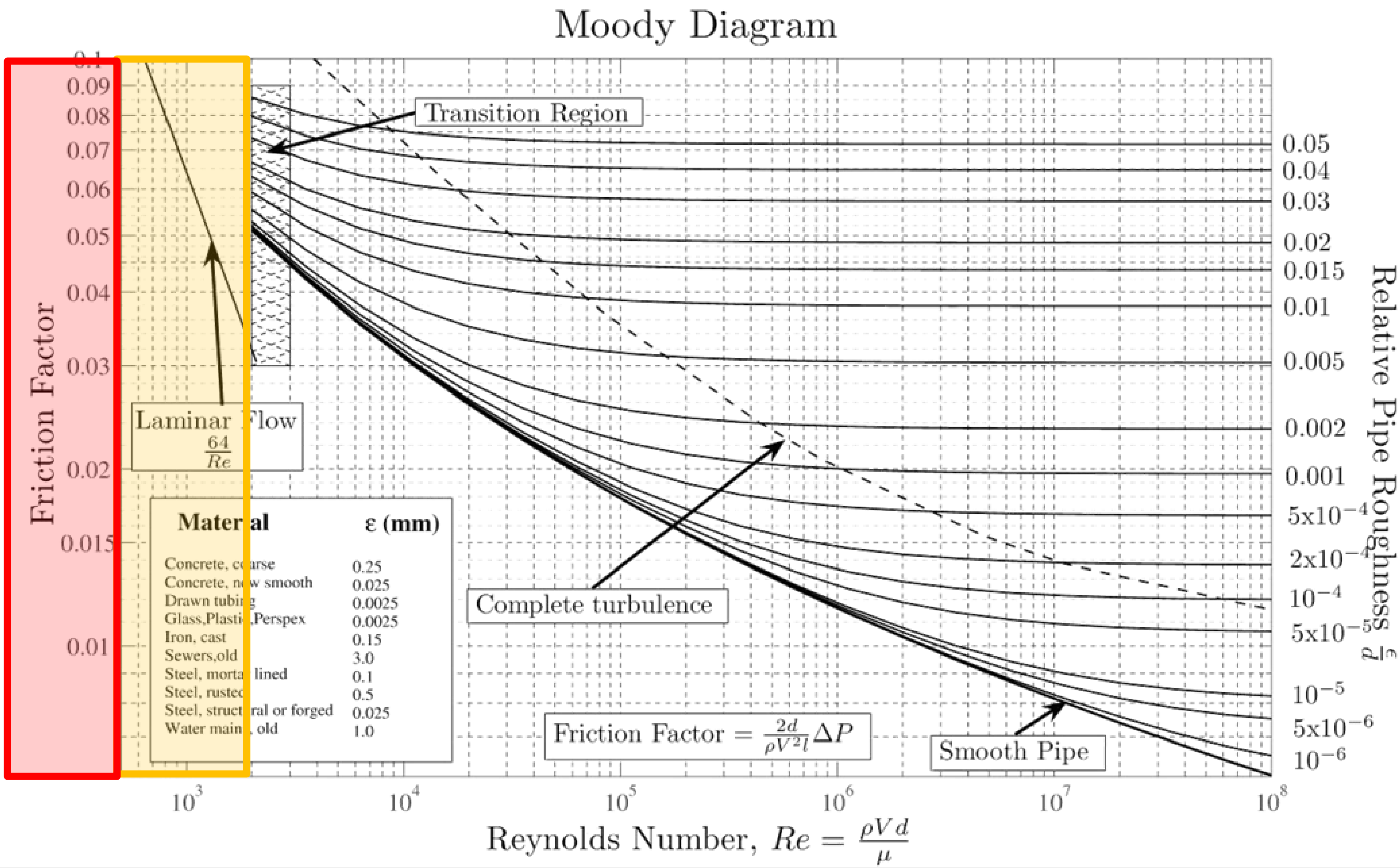
B. Régime turbulent

Le diagramme de Moody couvre d'abord les **écoulements laminaires (partie gauche, pour des Reynolds faibles)**



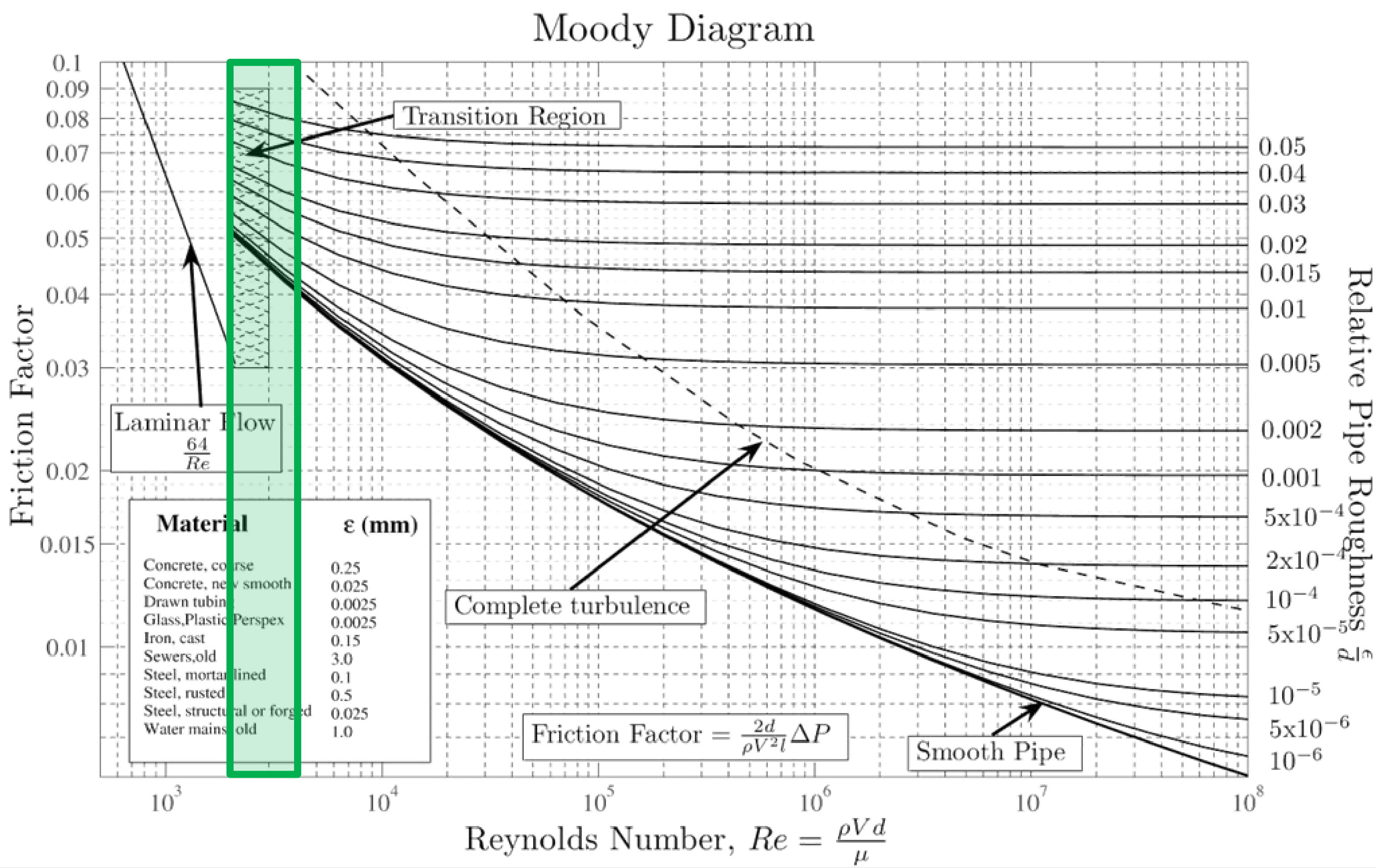
B. Régime turbulent

Dans ce cas, il n'y a qu'une droite de tracée et il suffit de lire la valeur correspondante de λ **sur l'axe gradué à gauche du diagramme.**



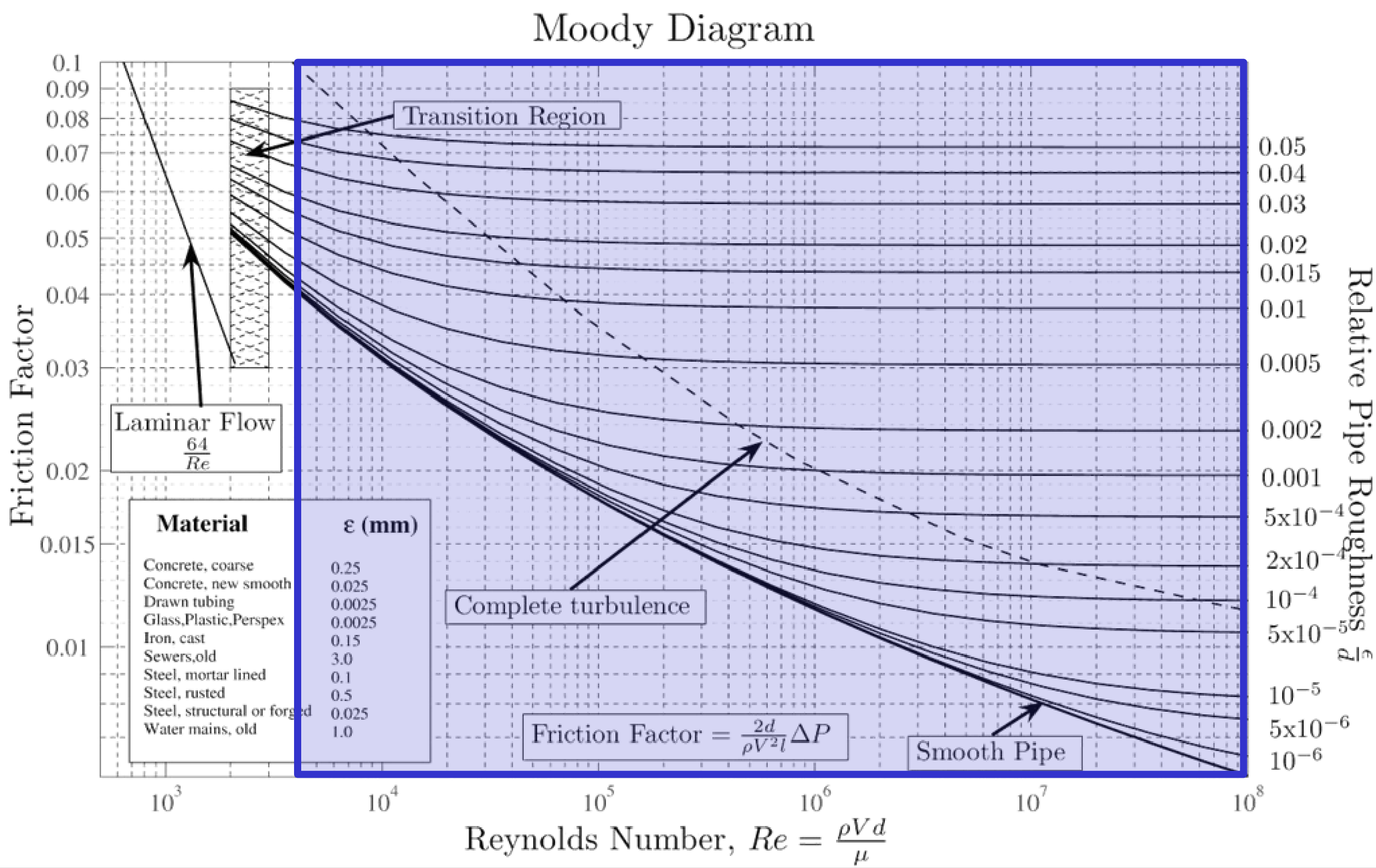
B. Régime turbulent

Pour les Reynolds intermédiaires, on se situe en **régime transitoire**, et il faut utiliser les **mêmes méthodes qu'en turbulent** (sans certitude sur l'exactitude du résultat).



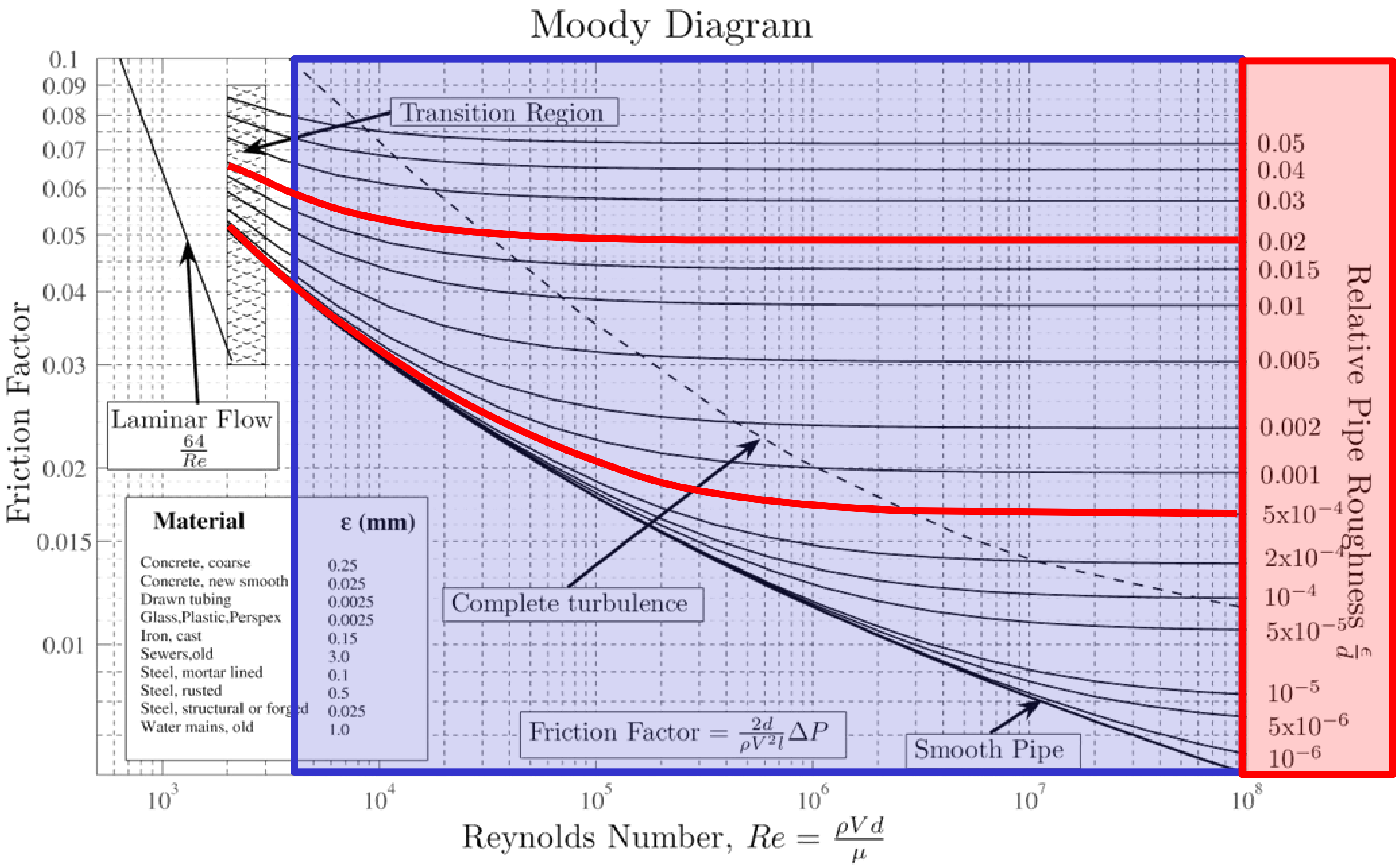
B. Régime turbulent

Pour des Reynolds suffisamment élevés, on est en régime turbulent. Il faut d'abord calculer la rugosité relative de la paroi interne de la conduite.



B. Régime turbulent

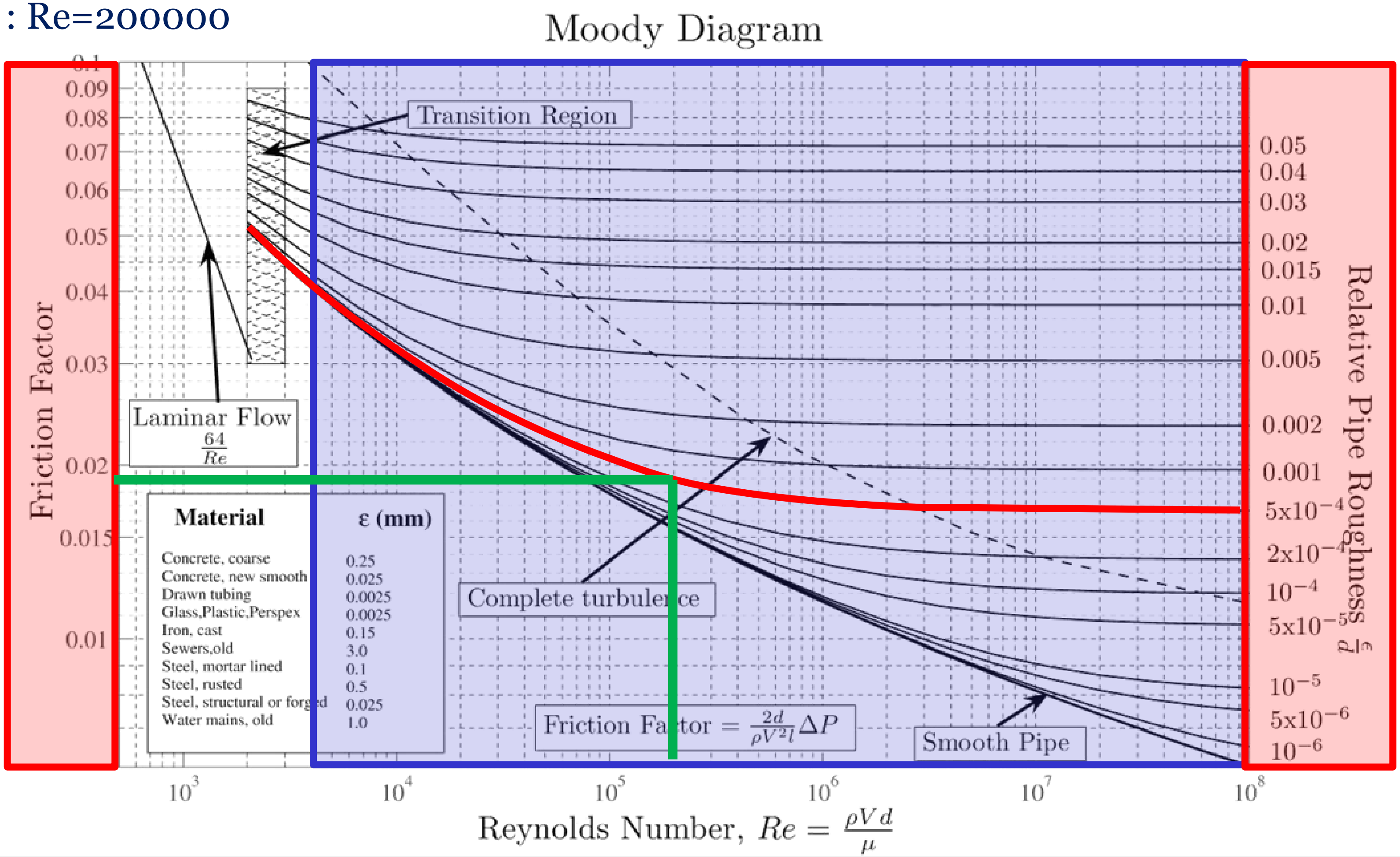
En fonction de la rugosité relative, on sélectionne une ligne en partant de la droite du graphique (par exemple ici pour 0.02 ou 0.0005).



B. Régime turbulent

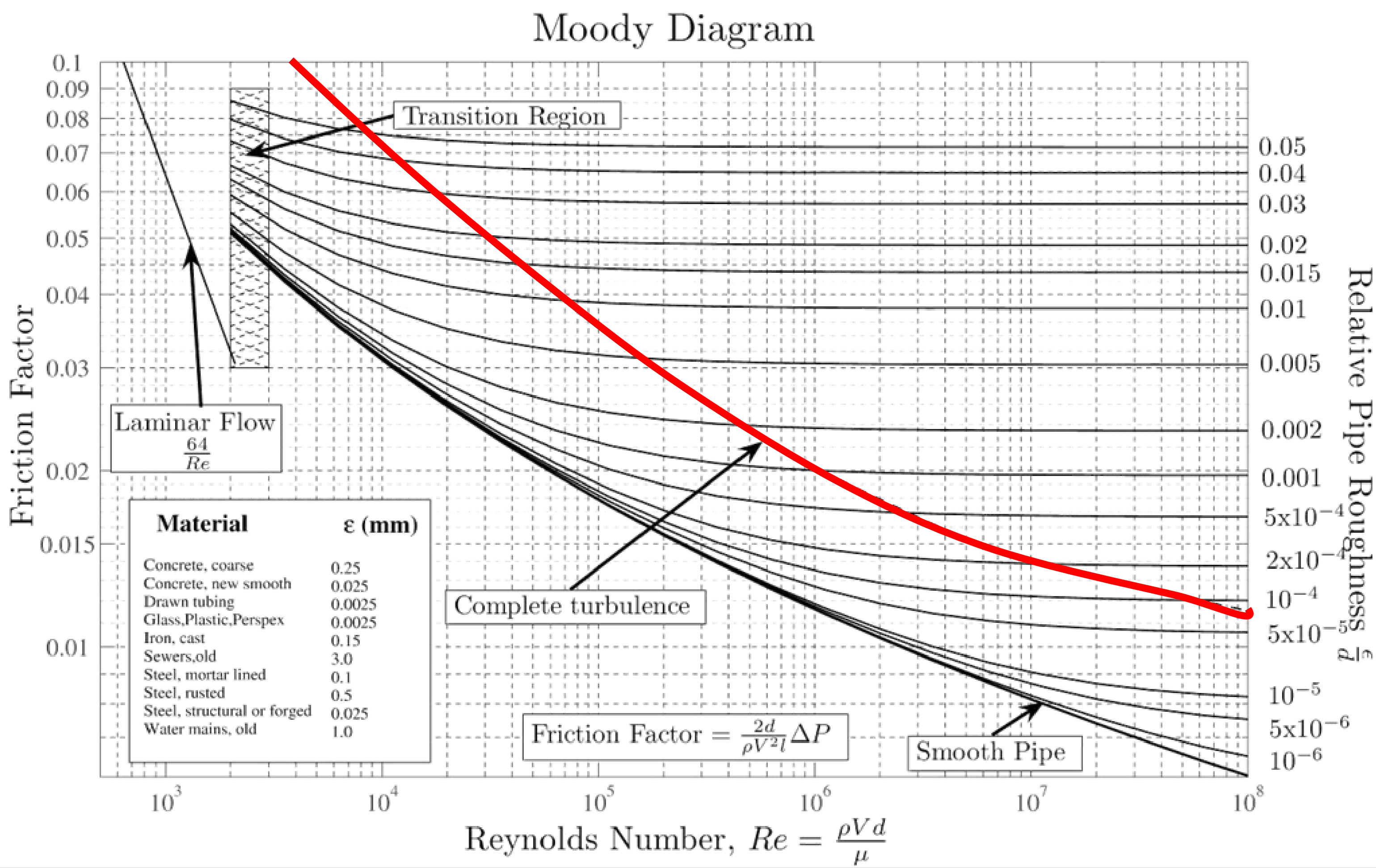
Pour une ligne donnée et pour un Reynolds donné, on trouve le point correspondant sur le graphique et on obtient λ sur l'axe de gauche.

Exemple : Re=200000



B. Régime turbulent

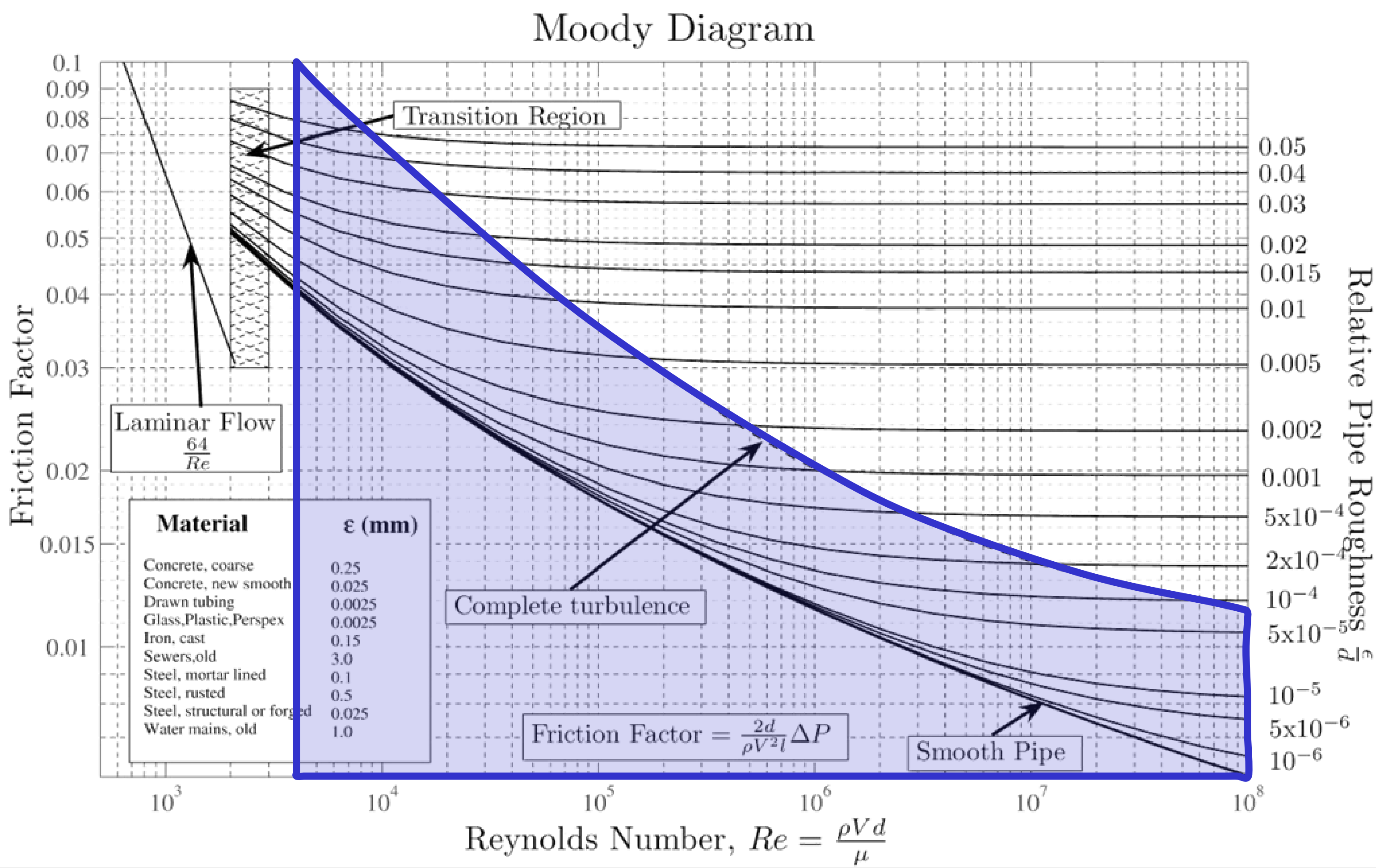
La **courbe centrale en pointillé** délimite deux domaines turbulents légèrement différents



B. Régime turbulent

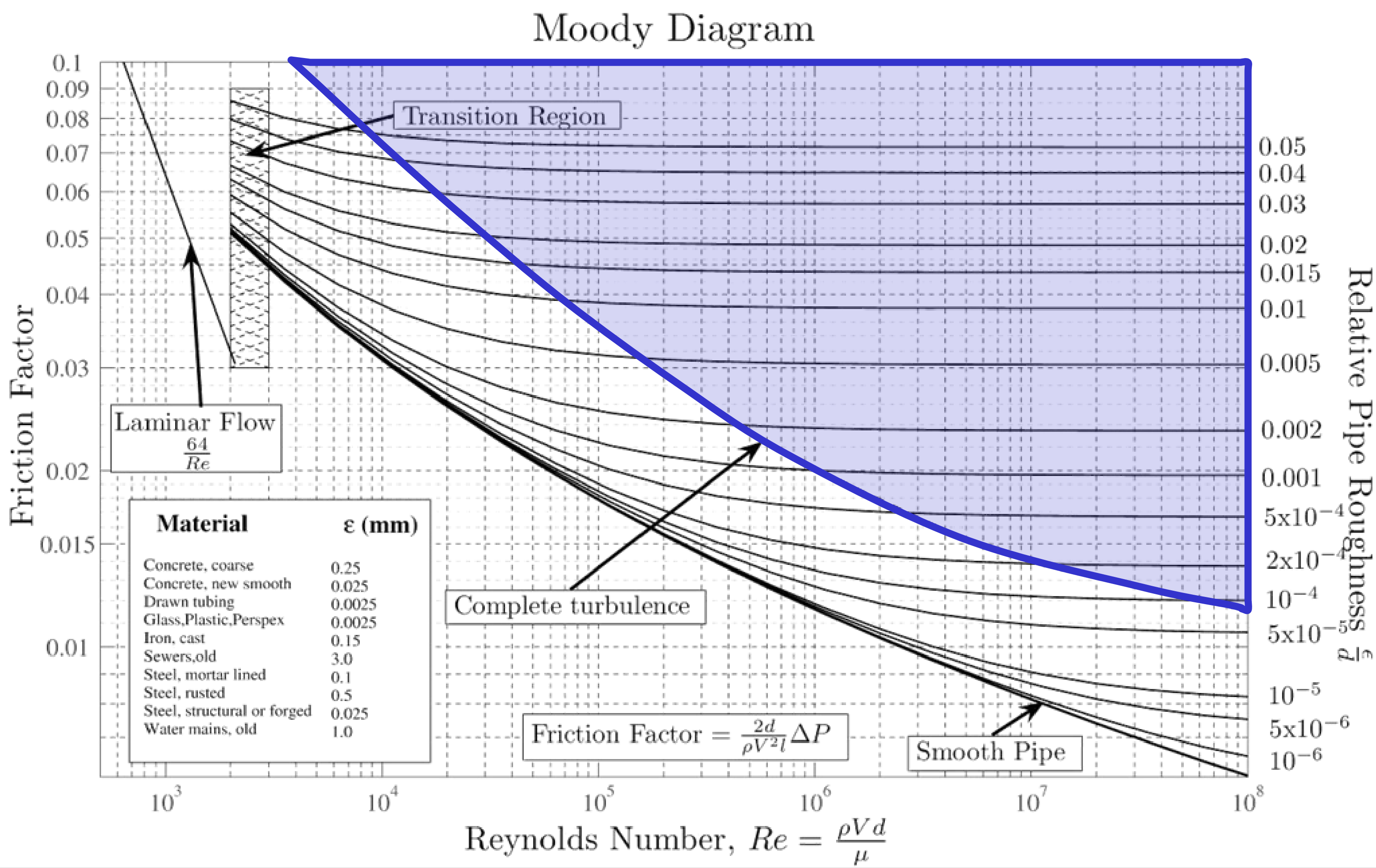
4. Diagramme de Moody

Dans la partie inférieure, le coefficient de perte de charge dépend à la fois du Reynolds et de la rugosité relative.



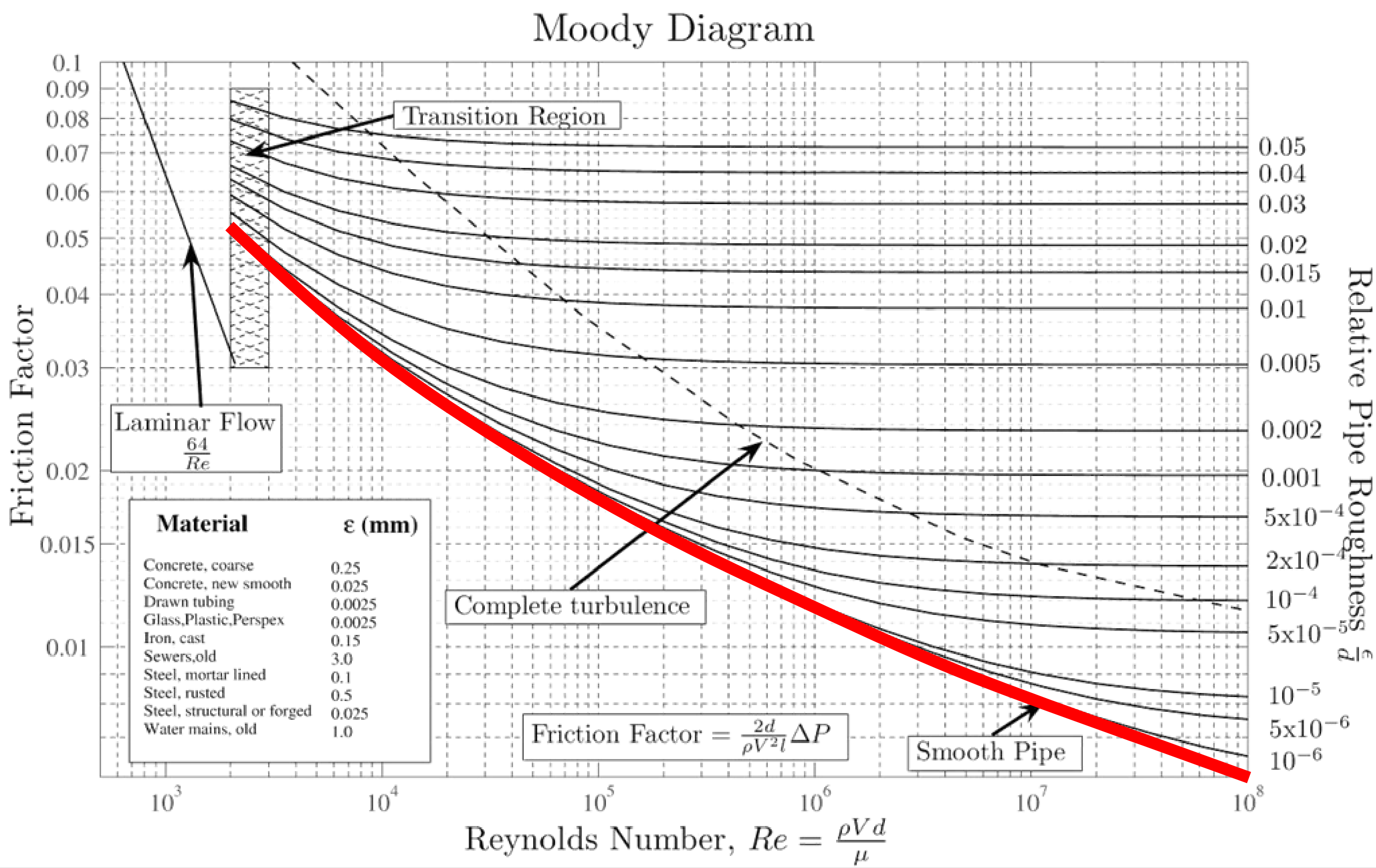
B. Régime turbulent

Dans la partie supérieure, le coefficient de perte de charge devient indépendant du Reynolds et dépend donc seulement de la rugosité relative (domaine de l'horizontale).



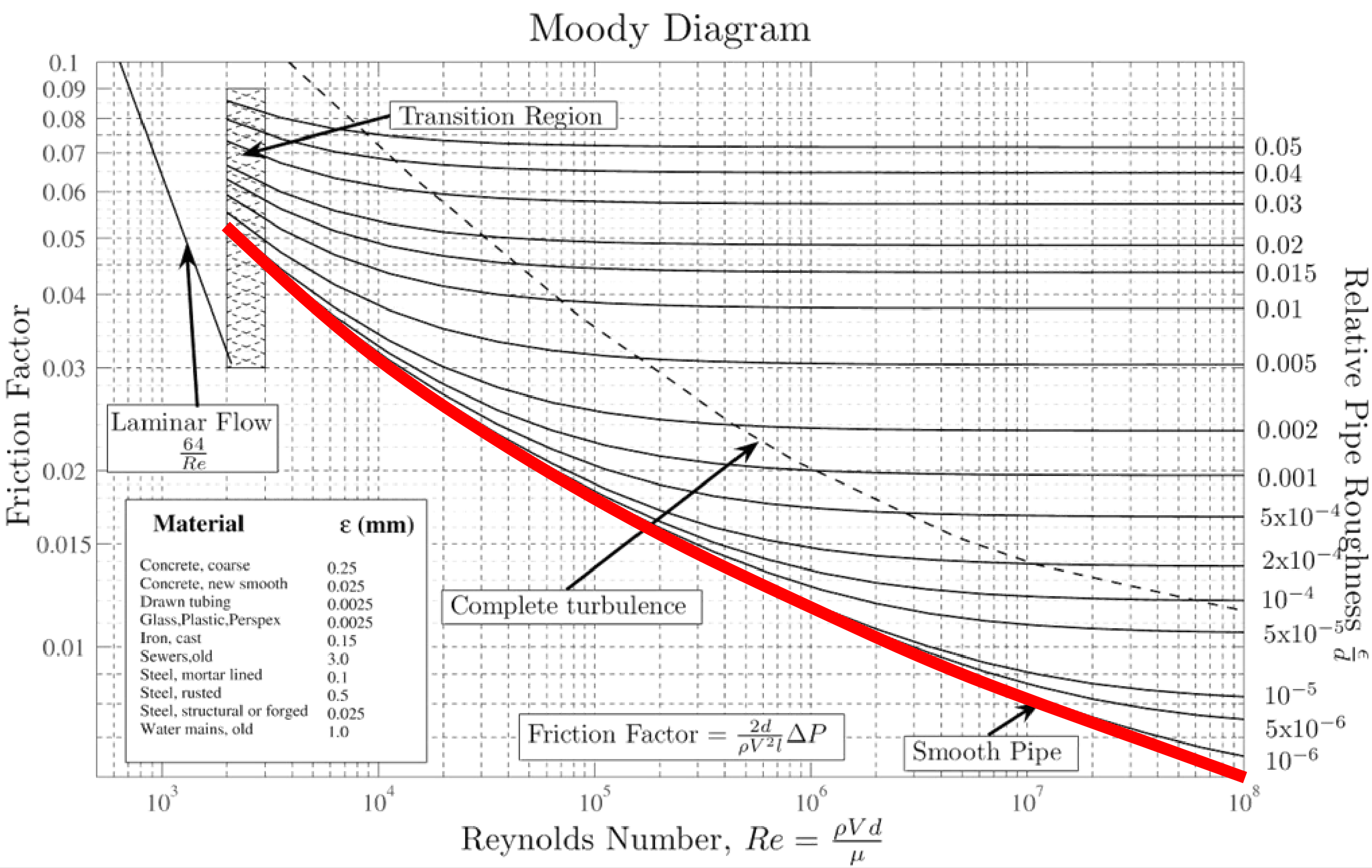
B. Régime turbulent

Enfin, lorsqu'on est placé sur la courbe inférieure du domaine turbulent, on dit qu'on est en régime **turbulent lisse**. La turbulence est due à la vitesse d'écoulement seule, pas à la rugosité.



B. Régime turbulent

Dans le cas contraire, on est en régime **turbulent rugueux**.



Séance 6

C. Pertes de charge singulières

C. Pertes de charge singulières

En plus des pertes de charges linéaires dues à l'écoulement continu du fluide, chaque obstacle, discontinuité, ou perturbation de l'écoulement est susceptible d'engendrer **localement** une dissipation d'énergie.

On appelle ces dissipations les **pertes de charge singulières**. Elles se calculent toujours à partir de la formule suivante :

$$\Delta p^* = k \cdot \left(\frac{1}{2}\rho V_{moy}^2\right)$$

La constante k dépend bien sûr du **type d'obstacle** rencontré par le fluide.

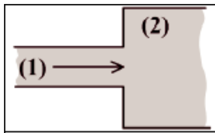
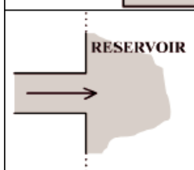
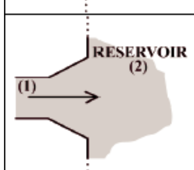
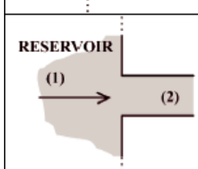
Cette formule montre par ailleurs qu'une perte de charge singulière consiste à retirer un pourcentage fixe (égal à k) de l'énergie cinétique du fluide au passage de l'obstacle. On aura donc toujours :

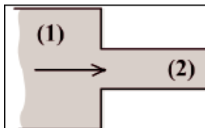
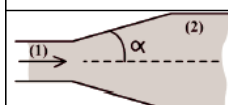
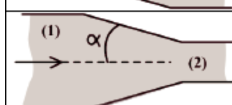
$$0 \leq k \leq 1$$

C. Pertes de charge singulières

En pratique, les valeurs de k ont été obtenues soit expérimentalement, soit par des développements théoriques ou des simulations numériques (souvent les trois).

Elles sont fournies à l'ingénieur sous forme de tableaux standards de ce type :

	$k=(1-\frac{S_1}{S_2})^2$
	$k\approx 1$ en pratique : 1,06 > k >1,1
	$k=0{,}2+2.(\frac{S_1}{S_2})^2$
	$k\approx 0{,}5$

	$k=(\frac{1}{C_C}-1)^2$ avec $C_C\approx 0{,}59+0{,}41(\frac{S_2}{S_1})^3$
	$k=0{,}46.R_e^{-0{,}06}.(1-\frac{S_1}{S_2})^{0{,}5}$
	$k=a.(\frac{1}{C_C}-1)^2$ avec $a=\sin\alpha$ pour $\alpha<90°$ a = 1 pour $\alpha>90°$
 R_C : rayon de courbure du coude	→ **LISSE :** $k=[0{,}13+1{,}85.(\frac{D}{2.R_C})^{3{,}5}].\frac{\alpha}{90}$ → **RUGUEUX :** $k=0{,}42.(\frac{D}{R_C})^{0{,}5}$

Moody Diagram