

# **Hydraulique des terrains**

## ***Séance 1 : Hydrostatique***

**Guilhem MOLLON  
Laurent OXARANGO**

**GEO3 2012-2013**

## **Plan du semestre**

### **Partie 1 : Hydraulique classique**

- Hydrostatique
- Hydraulique en charge
- Hydraulique à surface libre

Contact :            Guilhem MOLLON  
                          Attaché Temporaire Enseignement et Recherche  
                          Laboratoire Sols, Solides, Structures et Risques (3SRLab)  
                          Guilhem.mollon@gmail.com

Planning : 7 séances de deux heures, cours-TD

### **Partie 2 : Hydraulique souterraine**

Contact :            Laurent OXARANGO  
                          Laurent.oxarango@ujf-grenoble.net

## Plan de la séance

### A. Introduction à l'hydraulique

1. Définition
2. Applications de l'hydraulique

### B. Bases de l'hydrostatique

1. Notion de pression
2. Loi de Pascal
3. Pression absolue et relative

## **Séance 1**

### **A. Introduction à l'hydraulique**



## A. Introduction à l'hydraulique

### 1. Définition

#### **Wikipedia :**

« L'hydraulique est la branche de la physique qui étudie les fluides sous pression »

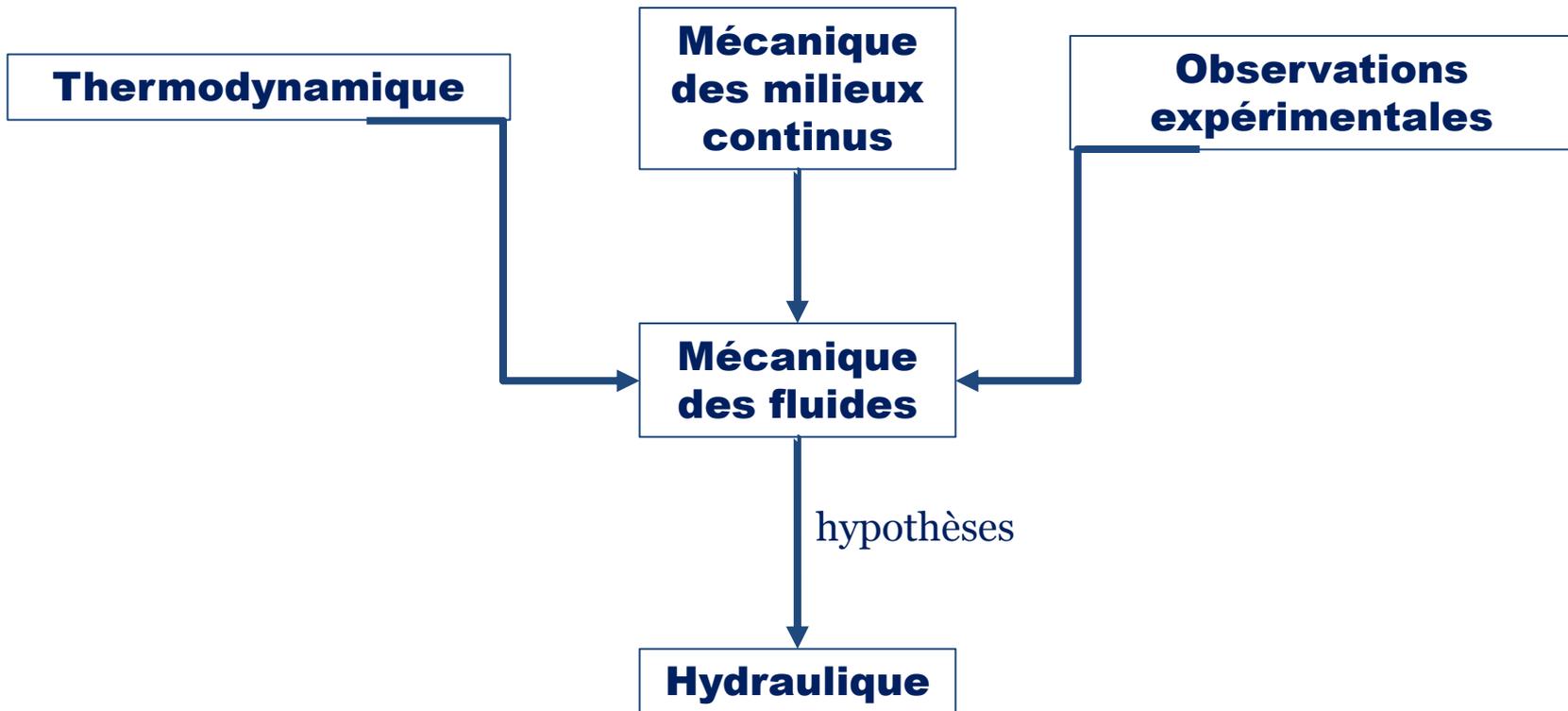
#### **Définition personnelle :**

L'hydraulique est une version simplifiée de la mécanique des fluides, appliquée aux liquides et sous certaines hypothèses simplifiées (que l'on définira en détail)

- liquide incompressible
- fluide parfait ou newtonien
- problèmes de géométrie simple
- etc.

# A. Introduction à l'hydraulique

1. Définition



## A. Introduction à l'hydraulique

### 1. Définition

La mécanique des fluides, dans sa version classique, repose sur l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\overrightarrow{\text{grad}} p + \rho \vec{g} + \mu \Delta \vec{V} + \frac{\mu}{3} \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{V})$$

Cette équation lie la vitesse et la pression au sein d'un fluide, en faisant intervenir la masse volumique et la viscosité. Du fait de sa complexité, la mécanique des fluides est une science particulièrement difficile sur le plan mathématique.

Malgré cette complexité, la mécanique des fluides est une théorie qui fonctionne bien à de très nombreuses échelles.



Microfluidique

Météorologie



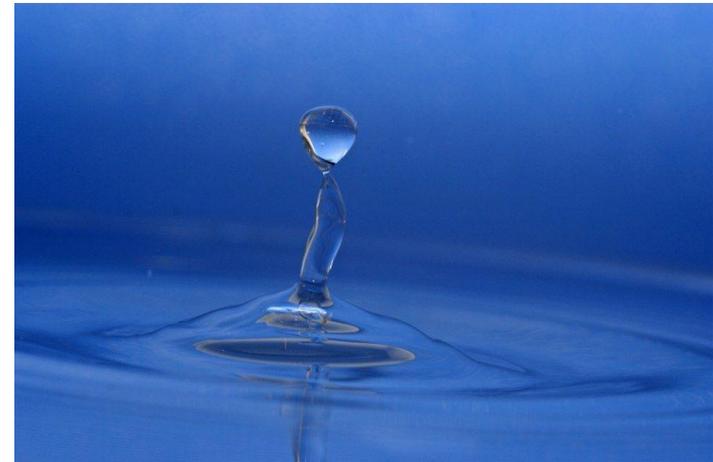
## A. Introduction à l'hydraulique

### 1. Définition

La plupart des problèmes de mécanique des fluides sont trop complexes pour être résolus à la main car l'équation de Navier-Stokes est non linéaire.



Mélanges, changements de phase



Interface  
fluide-gaz



Turbulences  
aérodynamiques

## A. Introduction à l'hydraulique

### 1. Définition

Le moyen traditionnel pour contourner les difficultés mathématiques est l'expérimentation



Essais en soufflerie

Ecoulements en canaux

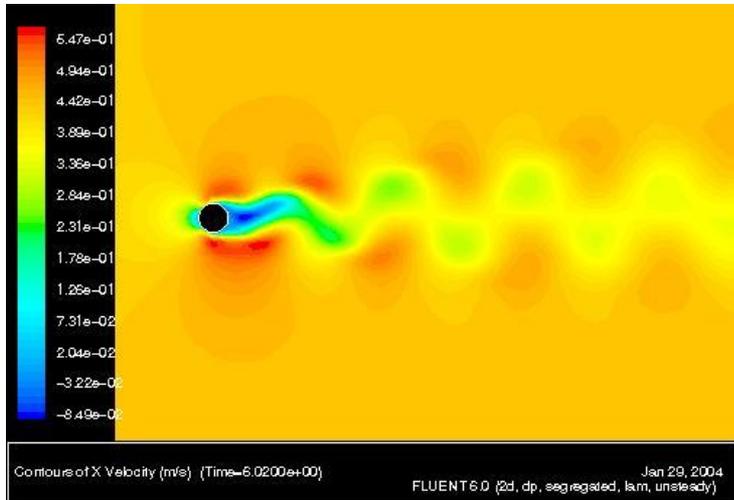
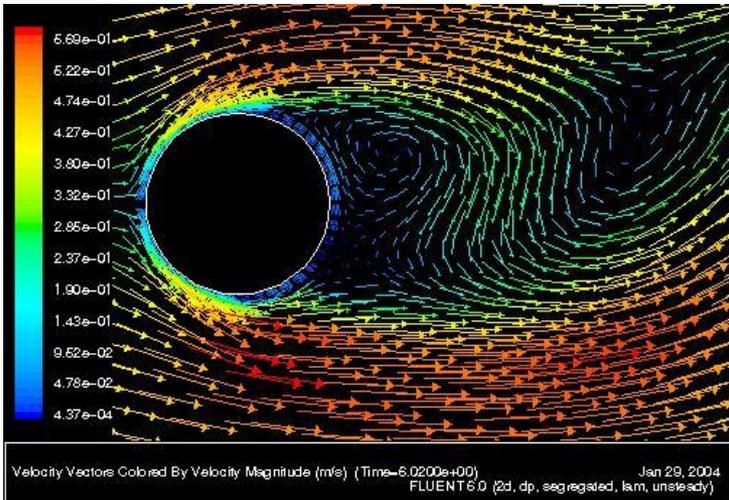




# A. Introduction à l'hydraulique

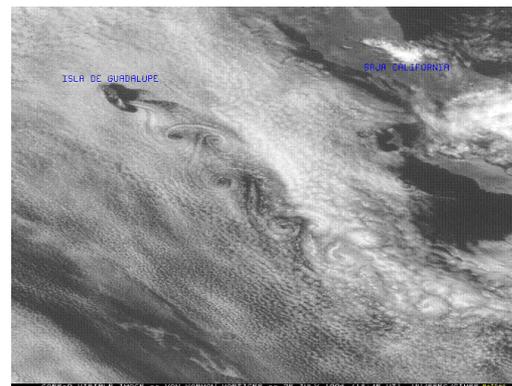
## 1. Définition

Aujourd'hui on a très souvent recours à la modélisation numérique pour résoudre l'équation de Navier-Stokes dans des géométries complexes



Turbulences induites par un obstacle sur un écoulement

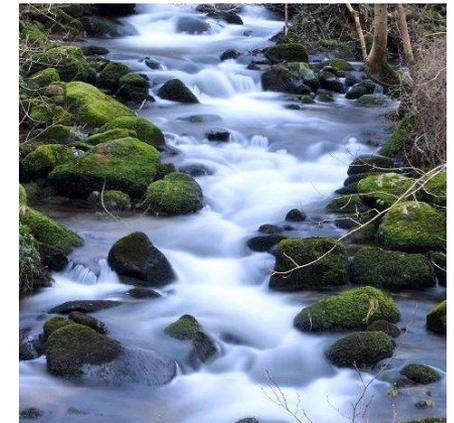
Exemples à différentes échelles



## A. Introduction à l'hydraulique

## 2. Applications de l'hydraulique

Hydraulique fluviale : aménagement et gestion des cours d'eau et des écoulements en canaux, contrôle des crues et des débits, digues, écluses, déversoirs, etc.



## A. Introduction à l'hydraulique

Hydraulique maritime : aménagement côtier et portuaire, énergie éolienne, pétrolière et marémotrice, protection contre la marée et l'ensablement, etc.



Digue mobile aux  
Pays Bas



Désensablement du  
Mont Saint Michel

Energie éolienne  
offshore



Usine marémotrice  
de la Rance



## 2. Applications de l'hydraulique

## A. Introduction à l'hydraulique

Hydroélectricité : barrages poids ou voûtes, en béton ou en remblai, à contreforts, mobiles, etc.



## 2. Applications de l'hydraulique

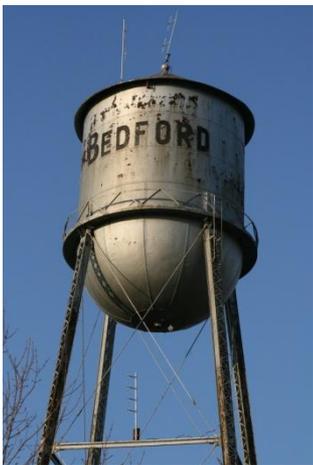
## A. Introduction à l'hydraulique

## 2. Applications de l'hydraulique

Hydraulique urbaine : captage, stockage et livraison de l'eau potable, réseau d'évacuation des eaux pluviales, évacuation, traitement et rejet des eaux usées, etc.



Châteaux d'eau



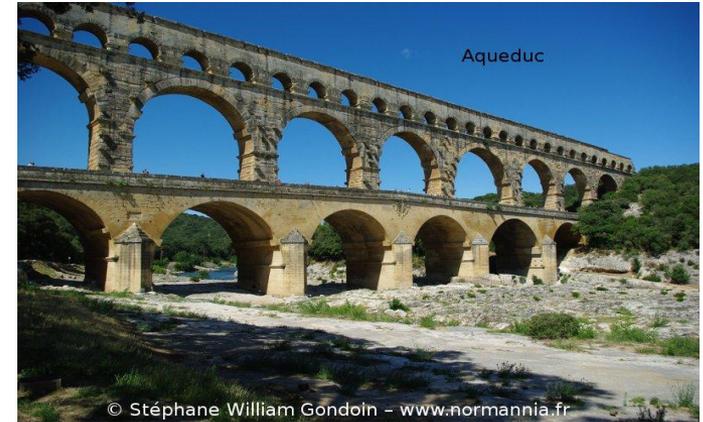
## Stations d'épurations



## A. Introduction à l'hydraulique

### 2. Applications de l'hydraulique

Hydraulique urbaine : captage, stockage et livraison de l'eau potable, réseau d'évacuation des eaux pluviales, évacuation, traitement et rejet des eaux usées, etc.



## A. Introduction à l'hydraulique

Hydraulique industrielle : circuits hydraulique, transmission d'une force, vérins, presses hydrauliques, etc.

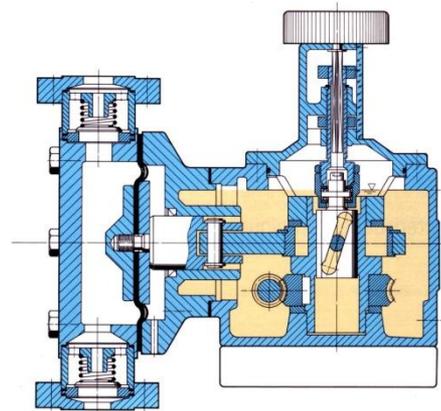
## 2. Applications de l'hydraulique



## A. Introduction à l'hydraulique

## 2. Applications de l'hydraulique

Pompes et turbines : transferts d'énergie vers le fluide ou à partir du fluide



Pompe volumétrique



Turbines plus ou moins récentes



Béton projeté /  
béton autoplaçant



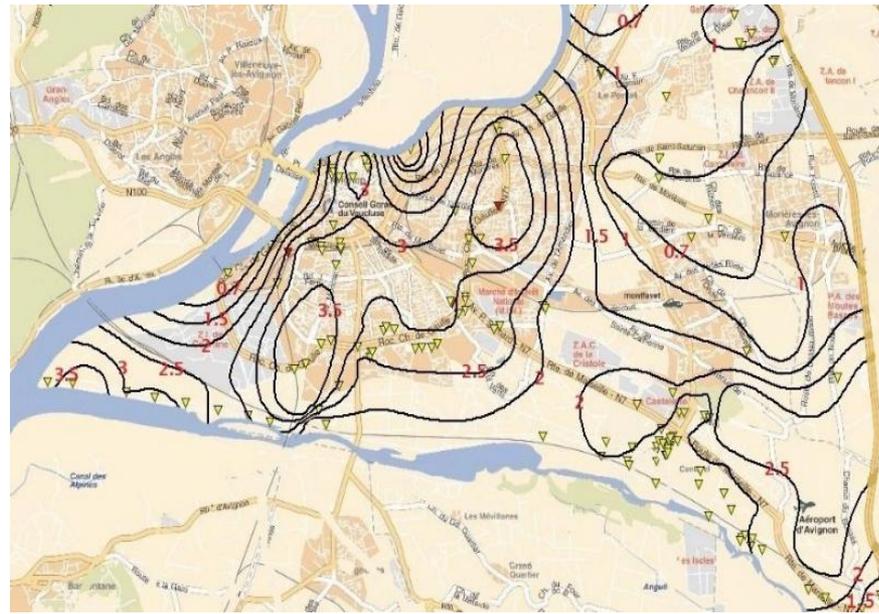


# A. Introduction à l'hydraulique

## 2. Applications de l'hydraulique

Hydraulique souterraine :

- **A grande échelle :**  
Part importante du cycle de l'eau



*Exemple de carte piézométrique (hydrogéologie)*

- Préviation des réserves d'eau disponibles et optimisation de leur exploitation
- Composante indispensable pour les modèles hydrologiques (prédictions des crues...)
- Rôle prépondérant dans la propagation des polluants

## A. Introduction à l'hydraulique

Hydraulique souterraine :

**- A plus petite échelle :**

L'eau dans le sol constitue un problème majeur en géotechnique



*Pelle mécanique « embourbée »*

## 2. Applications de l'hydraulique



*Liquéfaction des sols suite à un séisme (Japon)*



*Digue rompue par un renard hydraulique*

## A. Introduction à l'hydraulique

Hydraulique souterraine :

**- A plus petite échelle :**

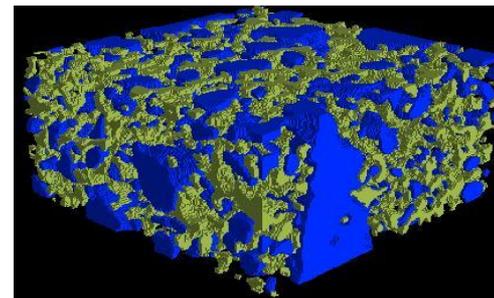
Il est donc indispensable de comprendre et quantifier les écoulements d'eau dans le sol



*Venue d'eau derrière un rideau de palplanches  
Quelle pompe choisir ?*

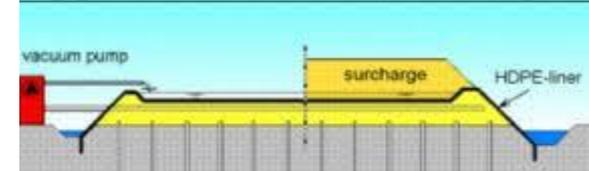
**- A vraiment très petite échelle :**

Le sol constitue un réseau d'écoulement extrêmement complexe pour l'eau



*Reconstruction  
3D d'un milieu  
poreux saturé  
d'eau*

## 2. Applications de l'hydraulique



*Consolidation par Vacuum (procédé Ménard)*

## **Séance 1**

### **B. Bases de l'hydrostatique**

## B. Premiers pas en hydrostatique

### 1. Notion de pression

#### Hydrostatique

L'hydrostatique est la discipline scientifique qui étudie la pression au sein d'un liquide au repos. On suppose que le fluide est incompressible, et de masse volumique constante  $\rho$ .

En hydrostatique, on travaille beaucoup avec la notion de pression  $p$ . Une pression s'apparente à une force appliquée par unité de surface. On peut écrire:

$$p = \frac{F}{S}$$

La pression est une grandeur macroscopique. Il s'agit de l'effet mécanique moyen produit par les innombrables collisions des molécules d'eau entre elles et sur des surfaces immergées.

## B. Premiers pas en hydrostatique

### 1. Notion de pression

#### **Unité de pression standard :**

Dans le système international (SI), une pression s'exprime en Newton par mètre carré ( $\text{N}/\text{m}^2$ ), également appelé Pascal (Pa).

Cette unité est la seule qui a une valeur légale, et la seule utilisée avec rigueur par la communauté scientifique

Multiples les plus courants : kilopascal (kPa), mégapascal (Mpa), gigapascal (Gpa).

## B. Premiers pas en hydrostatique

### 1. Notion de pression

#### Autres unités de pression :

On rencontre aussi des unités de pression anciennes (mais encore utilisées parfois), ou d'usage particulier à certaines disciplines :

-Le bar, vaut  $10^5 \text{ Pa} = 100 \text{ kPa}$

-L'atmosphère (atm), vaut environ 1 bar :  $1 \text{ atm} = 1.01325 \text{ bar} = 101.325 \text{ kPa}$

-Le mètre de colonne d'eau (mCE), égal à la pression qui règne sous un mètre d'eau sous gravité terrestre, vaut  $9810 \text{ Pa}$

-Le millimètre de mercure (mmHg), vaut  $133 \text{ Pa}$

Ces unités sont de plus en plus rarement utilisées.

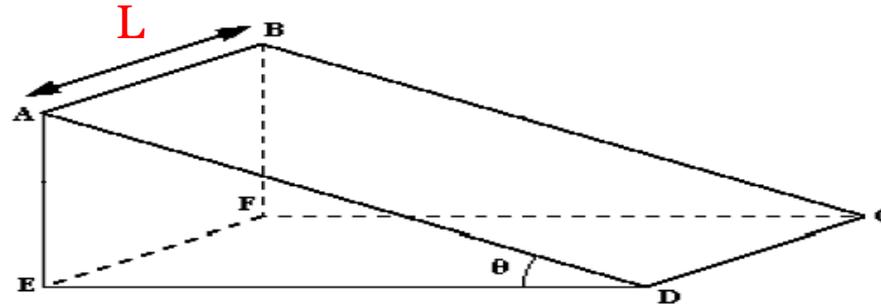
Une atmosphère (pression proche de celle appliquée par la colonne d'air au dessus de nous) vaut donc environ la pression appliquée par 10 mètres de colonne d'eau.

## B. Premiers pas en hydrostatique

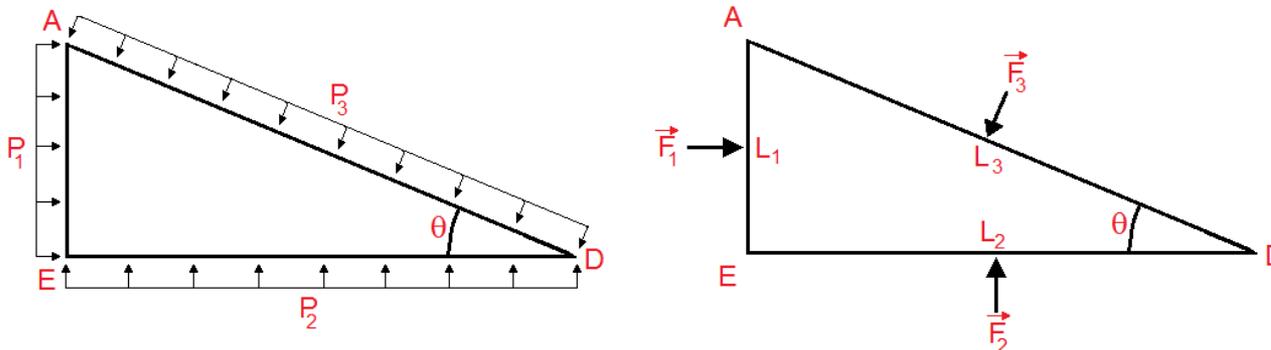
2. Loi de Pascal

### Loi de Pascal :

Imaginons un petit prisme (fictif) de fluide à l'intérieur d'un liquide au repos.

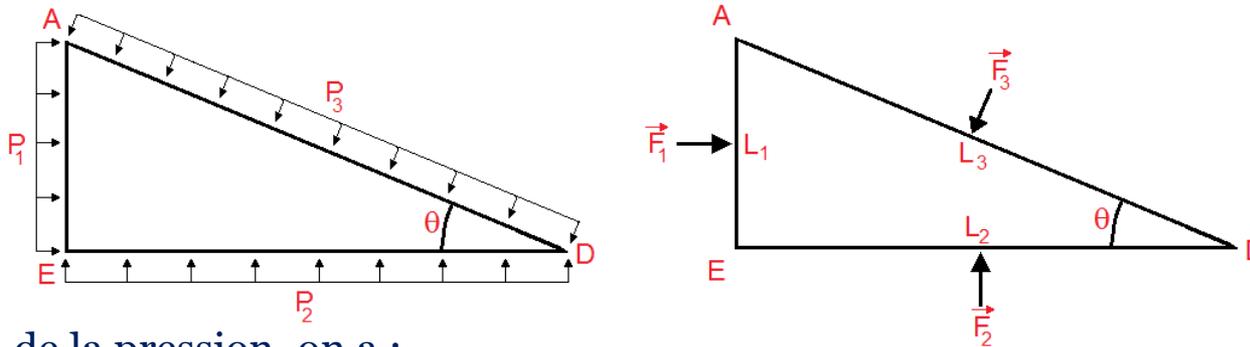


Si le prisme est suffisamment petit on peut négliger son poids devant les forces de pression, et on peut supposer que la pression est constante sur chacune de ses faces. Dans un plan vertical, on peut schématiser ainsi les forces qui lui sont appliquées :



## B. Premiers pas en hydrostatique

2. Loi de Pascal



Par définition de la pression, on a :

$$F_1 = P_1 \cdot (L_1 \cdot L) \qquad F_2 = P_2 \cdot (L_2 \cdot L) \qquad F_3 = P_3 \cdot (L_3 \cdot L)$$

Par ailleurs, la trigonométrie nous donne  $L_1 = L_3 \sin\theta$  et  $L_2 = L_3 \cos\theta$

Comme le fluide est au repos, on peut écrire l'équilibre de forces  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

En projection sur x :  $F_1 - F_3 \sin\theta = 0$

En projection sur y :  $F_2 - F_3 \cos\theta = 0$

$$\text{Donc : } P_1 = \frac{P_3 L_3 L \sin\theta}{L_1 L} = P_3 \frac{L_3 L \sin\theta}{L_3 L \sin\theta}$$

$$\text{Donc : } P_2 = \frac{P_3 L_3 L \cos\theta}{L_2 L} = P_3 \frac{L_3 L \cos\theta}{L_3 L \cos\theta}$$

Et finalement :

$$P_1 = P_2 = P_3$$



## B. Premiers pas en hydrostatique

2. Loi de Pascal

On en déduit un premier élément de la loi de Pascal :



Blaise Pascal  
(1623-1662)

**« La pression en un point au sein d'un fluide est la même dans toutes les directions »**

## B. Premiers pas en hydrostatique

### 2. Loi de Pascal

On va cette fois imaginer un élément de fluide de forme cylindrique, d'axe vertical, de hauteur  $H$  et de section circulaire  $A$ . Si on note 1 et 2 ses surfaces inférieure et supérieure, on a :

$$H = z_2 - z_1$$

Les forces s'exerçant sur les faces 1 et 2 du cylindre de fluide peuvent s'exprimer par :

$$F_1 = P_1 A \quad \text{et} \quad F_2 = P_2 A$$

Par ailleurs, le poids du fluide formant ce cylindre est :

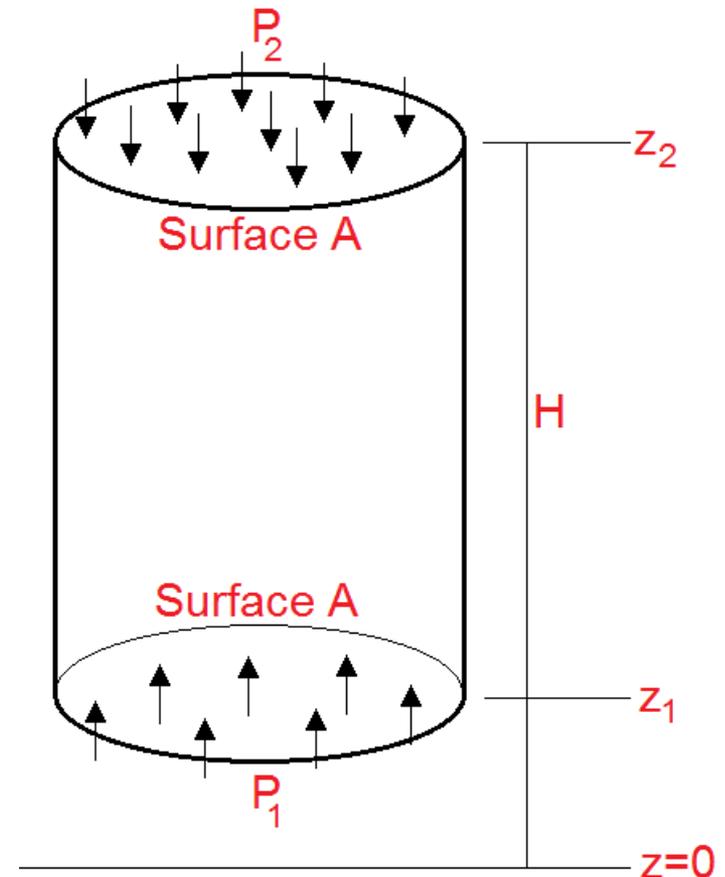
$$P = \rho g A H$$

Le fluide est au repos, on peut donc écrire l'équilibre des forces appliquées au cylindre et projetées sur  $z$  :

$$P + F_2 - F_1 = 0$$

Ceci peut également s'exprimer par :

$$P_1 / \rho g + z_1 = P_2 / \rho g + z_2$$



## B. Premiers pas en hydrostatique

### 2. Loi de Pascal

On en déduit un deuxième élément de la loi de Pascal :

Dans un fluide au repos, la quantité  $P/\rho g + z$  est constante.

Cette constante dépend du niveau de référence de l'axe des  $z$ .

Ceci peut se reformuler ainsi :

**« Dans un fluide au repos, la pression augmente linéairement avec la profondeur »**



**Blaise Pascal**  
**(1623-1662)**

## B. Premiers pas en hydrostatique

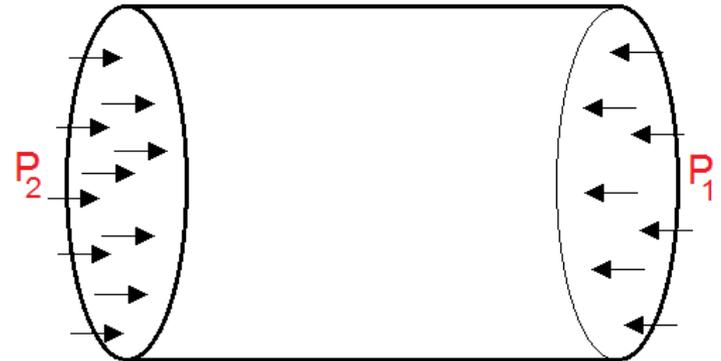
### 2. Loi de Pascal

Toujours dans un fluide au repos, on imagine maintenant un cylindre d'axe horizontal, avec une section circulaire  $A$  et deux faces (droite et gauche) notée 1 et 2. Puisque le poids agit verticalement, on peut écrire l'équilibre du cylindre selon son axe horizontal :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$$

Ceci peut également s'écrire :  $P_1 A = P_2 A$

Et donc :  $P_1 = P_2$



## B. Premiers pas en hydrostatique

2. Loi de Pascal

On en déduit un troisième élément de la loi de Pascal :



Blaise Pascal  
(1623-1662)

**« Sur un plan horizontal, toutes les pressions sont égales »**

## B. Premiers pas en hydrostatique

### 3. Pression absolue et relative

#### Pression absolue et relative

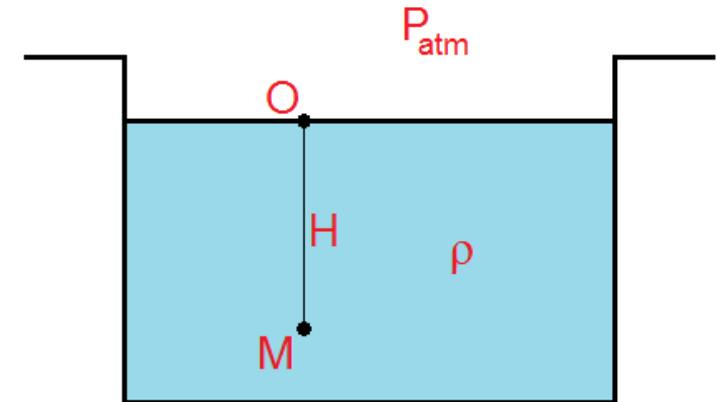
Soit un récipient rempli de liquide de masse volumique  $\rho$ , et ouvert à l'air libre.

On considère un point M situé à une profondeur  $H$ , et un point O situé à la surface. La pression atmosphérique est notée  $P_{atm}$ .

La pression au point O est égale à la pression atmosphérique, donc l'application de la loi de Pascal donne une expression de la pression au point M :

$$P_M = P_O + \rho g(z_O - z_M) = P_{atm} + \rho gH$$

Cette expression sera nommée **pression absolue**, et est valable pour tous les points situés à la même profondeur que M, et dans toute direction.



## B. Premiers pas en hydrostatique

### 3. Pression absolue et relative

#### Pression absolue et relative

Soit un récipient rempli de liquide de masse volumique  $\rho$ , et ouvert à l'air libre.

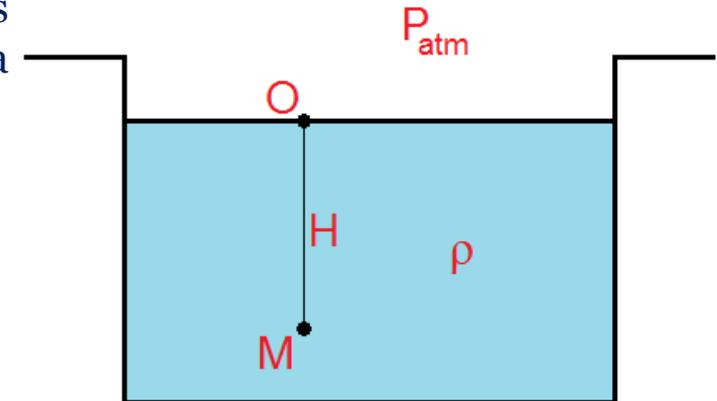
Dans de nombreuses applications, on négligera les variations de la pression atmosphérique, et on utilisera la convention suivante :

$$P_{atm} = 0$$

Sous cette hypothèse, la pression au point M peut s'écrire :

$$P_M = \rho g H$$

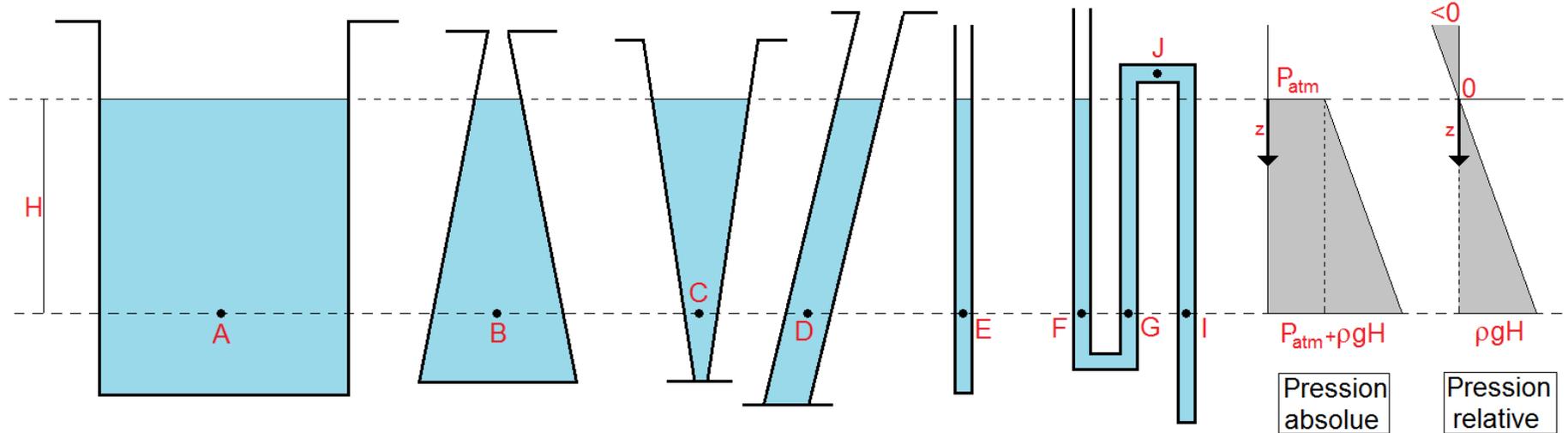
Une telle pression s'appelle **pression relative** au point M. La pression relative dans un fluide au repos est donc proportionnelle à la profondeur.



## B. Premiers pas en hydrostatique

### 3. Pression absolue et relative

Considérons plusieurs formes de récipients :



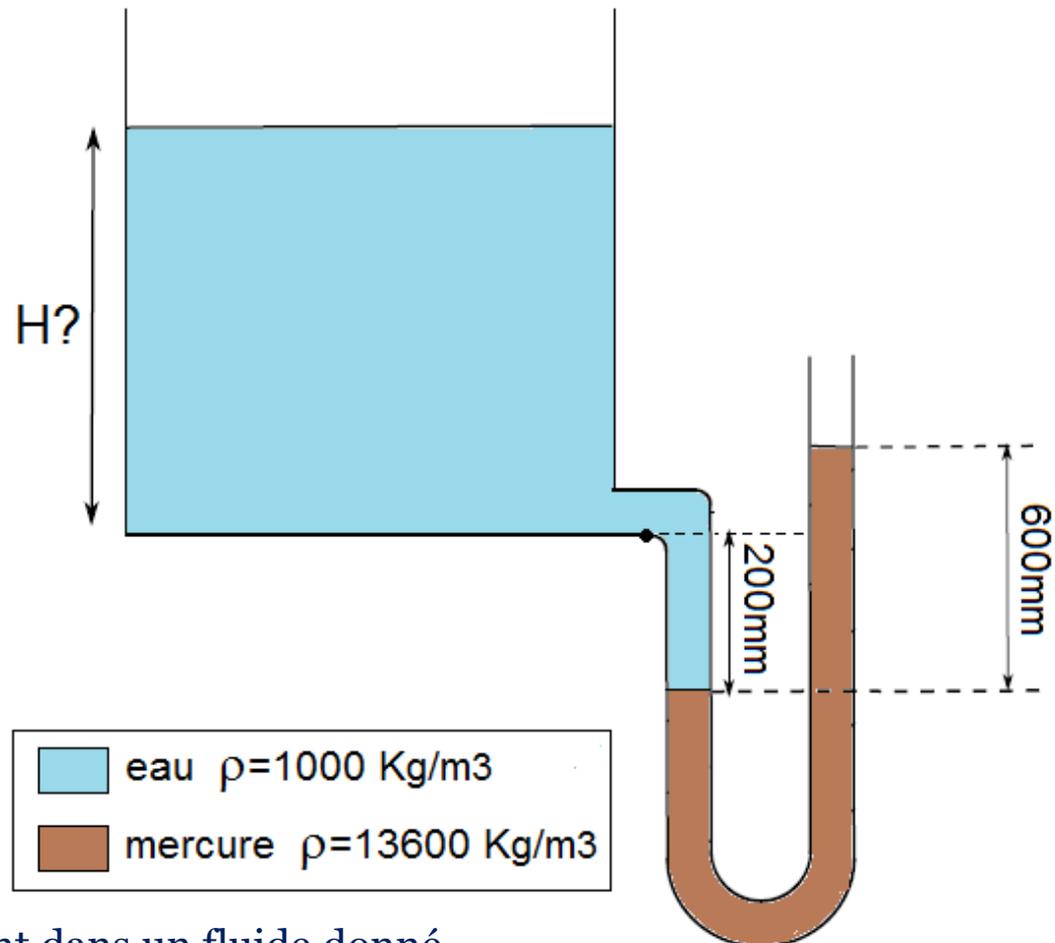
On déduit de la loi de Pascal que les pressions relatives aux points A, B, C, D, E, F, G, et I sont égales quelle que soit la forme du récipient, et valent  $\rho g H$ .

On constate également que la pression relative au point J est négative, puisque ce point est situé au dessus de la surface libre.

## B. Premiers pas en hydrostatique

### 3. Pression absolue et relative

#### Exercice 1 : Mesure de pression au mercure



Rappel :  $P/\rho g + z$  est constant dans un fluide donné.